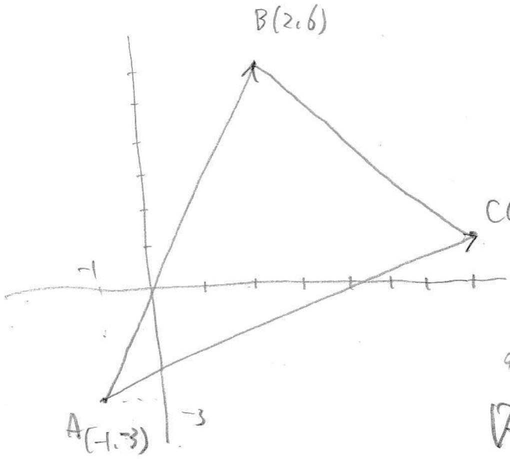
ベクトル61

xy 平面上に 3 点 A$(-1,-3)$, B$(2,6)$, C$(7,1)$ がある。2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ のなす角を θ とすると $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{\boxed{ア}}}$ である。また △ABC の外接円の半径は $\boxed{イ}$ であって, 中心の座標は $\left(\boxed{ウ}, \boxed{エ}\right)$ である。~~endenumerate~~ 〔明治大〕



$\overrightarrow{AB} = (3, 9)$

$\overrightarrow{AC} = (8, 4)$

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9+81} = 3\sqrt{10}$

$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}$

$|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AC}|\cos\theta = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$\cos\theta = \dfrac{24+36}{3\sqrt{10}\cdot 4\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ …ア

△ABCの外接円の式を, a, b, cを定数とすると

$x^2+y^2+ax+by+c=0$ とおくと これがA, B, Cを通ることから

$1+9-a+3b+c=0$ 　　$-a-3b+c=-10$ …①

$4+36+2a+6b+c=0$ 　　$2a+6b+c=-40$ …②

$49+1+7a+b+c=0$ 　　$7a+b+c=-50$ …③

①, ②より

$-3a-9b=30 \rightarrow a+3b=-10$ …④

②, ③より

$-5a+5b=10 \rightarrow a-b=-2$ …⑤

④, ⑤より　$4b=-8$　$b=-2$　これと⑤より

$a=-4$

$a=-4, b=-2$と①より $c=-20$

いじょうより外接円の式は

$x^2+y^2-4x-2y-20=0$ となり

$(x-2)^2+(y-1)^2=25$ となるので外接円の半径は5, 中心の座標は $(2,1)$