

1.5.14.62

空間内に3点 $A(-1, 1, 2)$, $B(1, -1, 1)$, $C(1, 0, 1)$ がある。ベクトル \vec{AB} および \vec{AC} に直交し、 x 成分が正である、大きさ1のベクトルは $\frac{\sqrt{\square}}{\square} (\square, \square, \square)$ である。 [日本大]

$$\vec{AB} = (2, -2, -1)$$

$$\vec{AC} = (2, -1, -1)$$

求めるベクトルを $\vec{p} = (x, y, z)$ とすると

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\vec{AB} \perp \vec{p} \text{ より } 2x - 2y - z = 0 \quad z = 2x - 2y \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\vec{AC} \perp \vec{p} \text{ より } 2x - y - z = 0 \quad z = 2x - y \quad \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より } y = 0$$

$$z = 2x \text{ より}$$

$$x^2 + 4x^2 = 1$$

$$5x^2 = 1$$

$$x^2 = \frac{1}{5}$$

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$x > 0 \text{ より } x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$z = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

∴ 求めるベクトルは

$$\underline{\underline{\frac{\sqrt{5}}{5} (1, 0, 2)}}$$