ベクトル1081

$\overrightarrow{OB}$

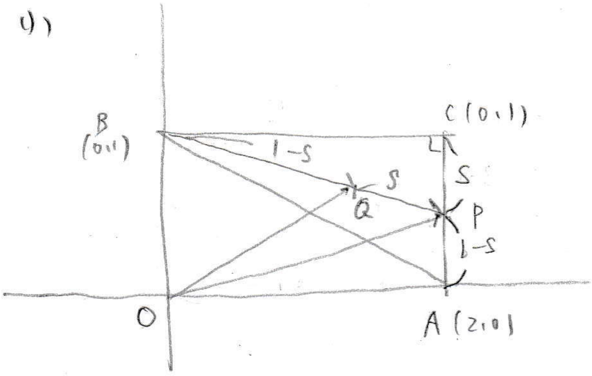
Oを原点とする座標平面上に, 定点 A(2, 0), B(0, 1), C(2, 1) をとる。$0 < s < 1$ を満たす s に対し, 線分 AC を $1-s : s$ に内分する点を P, 線分 BP を $1-s : s$ に内分する点を Q とする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OQ} = \vec{b}$ とするとき, $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, s を用いて表せ。

(2) 点 Q が $0 < s < 1$ の範囲で動くとき, 三角形 OQA の面積の最小値を求めよ。

〔静岡大・後期〕

(1)



$\overrightarrow{OQ} = (1-S)\overrightarrow{OP} + S\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{OP} = \vec{a} + (1-S)\vec{b}$

より

$\overrightarrow{OQ} = (1-S)\{\vec{a} + (1-S)\vec{b}\} + S\vec{b}$

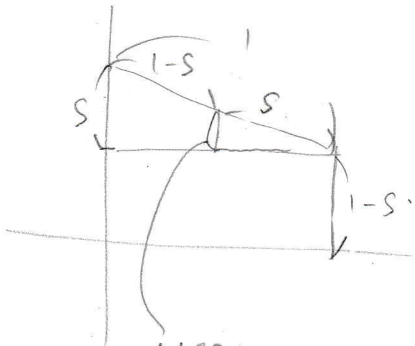
$\therefore \underline{\overrightarrow{OQ} = (1-S)\vec{a} + (S^2-S+1)\vec{b}}$

(2) Qのy座標は S^2-S+1 となるので

$\triangle OAQ = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot(S^2-S+1)$

$= \left(S-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ となるので

$\underline{S=\frac{1}{2}\text{ のとき 最小値 }\frac{3}{4}\text{ となる}}$



xとすると

$S : x = 1 : S \quad x = S^2$

したがって Qのy座標は

$S^2 + (1-S) = S^2-S+1$ としてもよい