

Dは平面LMN上にあるので

$$\vec{OD} = m\vec{OM} + n\vec{ON} + l\vec{OL}$$

これを、 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  で表す

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  で表す

$$\vec{OM} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\vec{ON} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$\vec{OL} = \frac{1}{2}\vec{c}$$

$$\text{よって } \vec{OD} = m\left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) + n\left(\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right) + l\left(\frac{1}{2}\vec{c}\right)$$

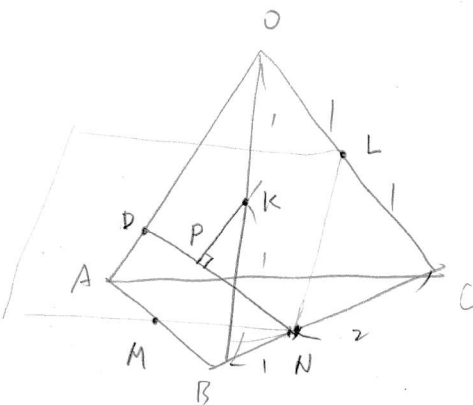
$$= \frac{1}{2}m\vec{a} + \left(\frac{1}{2}m + \frac{2}{3}n\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{3}n + \frac{1}{2}l\right)\vec{c}$$

$$\because \vec{OD} = k\vec{a} \text{ として } \frac{1}{2}m = k \text{ ① } \frac{1}{2}m + \frac{2}{3}n = 0 \text{ ② } \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}l = 0 \text{ ③}$$

Dは平面LMN上にあるので  $m+n+l=1$  ④

$$\text{①より } m=2k, \text{ ②より } n = -\frac{3}{2}k \text{ ③より } l=k \text{ ④より } 2k - \frac{3}{2}k + k = 1 \Rightarrow \frac{3}{2}k = 1 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \vec{OD} = \frac{2}{3}\vec{a}$$



$$\vec{KP} = \vec{KN} + \vec{NP}$$

$$\vec{KN} = \frac{2}{3}\vec{KB} + \frac{1}{3}\vec{KC}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{3}\left(\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}\right)$$

$$= \frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$$

$$\vec{NP} = k\vec{ND} = k(\vec{OD} - \vec{ON})$$

$$= k\left(\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}\right)$$

$$\therefore \vec{KP} = \left(\frac{1}{6}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right) + k\left(\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}\right)$$

$$= \frac{2}{3}k\vec{a} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}k\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{c}$$

$\vec{KP} \perp \vec{ND}$  則  $\vec{KP}$  と  $\vec{ND}$  の内積は0となる

$$\left\{ \frac{2}{3}k\vec{a} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}k\right)\vec{b} + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{c} \right\} \cdot \left( \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c} \right) = 0$$

$$\frac{4}{9}k\vec{a}\vec{a} - \frac{4}{9}k\vec{a}\vec{b} - \frac{2}{9}k\vec{a}\vec{c} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}k\right)\vec{a}\vec{b} - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}k\right)\vec{b}\vec{b} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}k\right)\vec{b}\vec{c}$$

$$+ \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{a}\vec{c} - \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{b}\vec{c} - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k\right)\vec{c}\vec{c} = 0$$

$$|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2 = 2, \vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c} = 1, \text{ となる}$$

$$\frac{8}{9}k - \frac{4}{9}k - \frac{2}{9}k + \frac{1}{9} - \frac{4}{9}k\left(-\frac{2}{9}\right) + \frac{8}{9}k\left(-\frac{1}{9}\right) + \frac{2}{9}k - \frac{2}{9}k\left(-\frac{2}{9}\right) + \frac{2}{9}k - \frac{2}{9}k\left(\frac{2}{9}\right) = 0$$

$$\frac{10}{9}k - \frac{2}{9} = 0 \Rightarrow 20k = 7 \Rightarrow k = \frac{7}{20}$$

$$\vec{NP} = \frac{7}{20}\left(\frac{2}{3}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} - \frac{1}{3}\vec{c}\right)$$

$$= \frac{7}{30}\vec{a} - \frac{7}{30}\vec{b} - \frac{7}{60}\vec{c}$$

$$\vec{OP} = \vec{ON} + \vec{NP}$$

$$\vec{OP} = \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} + \frac{7}{30}\vec{a} - \frac{7}{30}\vec{b} - \frac{7}{60}\vec{c}$$

$$= \frac{7}{30}\vec{a} + \frac{13}{30}\vec{b} + \frac{13}{60}\vec{c}$$

$$\vec{OP} = \frac{7}{30}\vec{a} + \frac{13}{30}\vec{b} + \frac{13}{60}\vec{c}$$