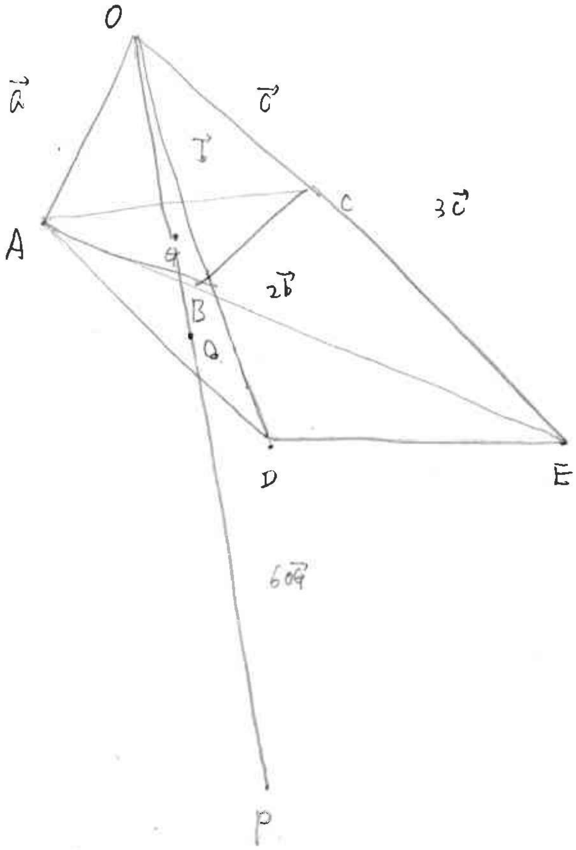


(1)

$\vec{OG} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}$

$\vec{OQ} = k\vec{OG} = \frac{1}{3}k\vec{a} + \frac{1}{3}k\vec{b} + \frac{1}{3}k\vec{c}$ …①

$\vec{OQ} = \vec{OA} + s\vec{AD} + t\vec{AE}$

$= \vec{a} + s(-\vec{a}+2\vec{b}) + t(-\vec{a}+3\vec{c})$

$= (1-s-t)\vec{a} + 2s\vec{b} + 3t\vec{c}$ …②

①=②より

$$\begin{cases} 1-s-t = \frac{1}{3}k \\ 2s = \frac{1}{3}k \rightarrow s = \frac{1}{6}k \\ 3t = \frac{1}{3}k \rightarrow t = \frac{1}{9}k \end{cases}$$

$1 - \frac{1}{6}k - \frac{1}{9}k = \frac{1}{3}k$

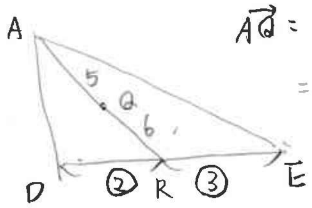
$18 - 3k - 2k = 6k$

$11k = 18 \quad k = \frac{18}{11}, \ s = \frac{3}{11}, \ t = \frac{2}{11}$

$\therefore \vec{OQ} = \frac{6}{11}\vec{a} + \frac{6}{11}\vec{b} + \frac{6}{11}\vec{c}$

(2) (1)より

$\vec{OQ} = \vec{OA} + \frac{3}{11}\vec{AD} + \frac{2}{11}\vec{AE} = \vec{OA} + \vec{AQ}$ なので



$\vec{AQ} = \frac{3}{11}\vec{AD} + \frac{2}{11}\vec{AE}$

$= \frac{5}{11} \cdot \frac{3\vec{AD}+2\vec{AE}}{5}$

となるので Qは DEを2:3に内分する点をRとすると ARを5:6に内分する点である.

$\therefore S_1 : S_2 = 11 : 6$

$(\triangle ADE) : (\triangle QDE)$

ゆえに $\frac{S_2}{S_1} = \frac{6}{11}$

(3)

$\vec{OQ} = \frac{18}{11}\vec{OG}$ より

$OQ : QP = \frac{18}{11} : \left(6 - \frac{18}{11}\right) = 3 : 8.$

よって

四面体OADE(V_1):四面体 PADE = 3:8.

四面体 PQDEは (2)より

$\frac{6}{11}$ 四面体PADE … V_2

よって

$V_1 : V_2 = 3 : \frac{6}{11} \times 8$

$= 3 : \frac{48}{11}$

$= 11 : 16$

ゆえに

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{16}{11}$