



関数 $f(x) = ax^3 + (7-a^2)x^2 + bx + c$ は、 $x = -1$ で極小値を、 $x = 2$ で極大値をとり、極小値の絶対値の2倍が極大値に等しい。定数 a, b, c を求めなさい。

[愛媛]

$$f'(x) = 3ax^2 + 2(7-a^2)x + b \quad \text{...①}$$

根と問題から

$$f'(x) = 3a(x+1)(x-2) \text{ とおける} \quad \text{...②}$$

①と②は恒等式の関係があるから

$$3ax^2 + 2(7-a^2)x + b = 3a(x^2 - x - 2)$$

$$3ax^2 + 2(7-a^2)x + b = 3ax^2 - 3ax - 6a$$

係数比較して

$$2(7-a^2) = -3a \quad \text{...③} \quad b = -6a \quad \text{...④}$$

$$14 - 2a^2 = -3a$$

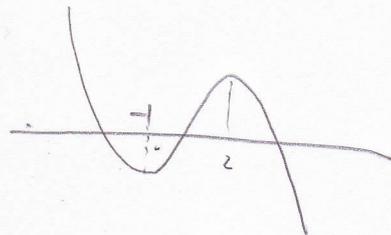
$\frac{1}{2} \times \begin{matrix} 2 \rightarrow 4 \\ -7 \rightarrow 7 \end{matrix}$

$$2a^2 - 3a - 14 = 0$$

$$(a+2)(2a-7) = 0$$

$$a < 0 \text{ より } a = -2$$

$$\text{④より } b = 12$$



$$f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + c$$

$$f(-1) = 2 + 3 - 12 + c = -7 + c$$

$$f(2) = -16 + 12 + 24 + c = 20 + c$$

$$2|-7+c| = 20+c$$

$$\pm 2(-7+c) = 20+c$$

$$\rightarrow -14 + 2c = 20 + c$$

$$c = 34$$

$$14 + 2c = 20 + c$$

$$c = 6$$

$$c = -2$$

$$a = -2, b = 12, c = 34$$

$$a = -2, b = 12, c = 6$$

