



x の関数 $f(x) = x^3 + 6kx^2 + 24x + 32$ について、

- $f(x)$ が極値をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。
- $f(x)$ の極大値と極小値の絶対値が等しくなるような実数 k の値を求めよ。

[玉川大]

(1) $f'(x) = 3x^2 + 12kx + 24$

$= 3(x^2 + 4kx + 8)$ この異なる2つ実数解をもてほしい

判別式 $D/4 > 0$ でありたい

$4k^2 - 8 > 0$

$k^2 > 2$

$k > \sqrt{2}, k < -\sqrt{2}$

(2) $x = \alpha$ で極小値 $x = \beta$ で極大値をとるとすると

$f(\alpha) + f(\beta) = 0$ と仮定しよう

また $f'(x) = 3x^2 + 12kx + 24 = 0$ より $\alpha + \beta = -4k$ $\alpha\beta = 8$ である。

$f(\alpha) + f(\beta)$

$= \alpha^3 + 6k\alpha^2 + 24\alpha + 32 + \beta^3 + 6k\beta^2 + 24\beta + 32$

$= \alpha^3 + \beta^3 + 6k(\alpha^2 + \beta^2) + 24(\alpha + \beta) + 64$

$= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) + 6k\{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta\} + 24(\alpha + \beta) + 64$

$= (-4k)^3 - 24 \cdot (-4k) + 6k\{(-4k)^2 - 2 \cdot 8\} + 24(-4k) + 64$

$= -64k^3 + 96k + 96k^3 - 96k - 96k + 64$

$= 32k^3 - 96k + 64$

$= 0$

$\therefore k^3 - 3k + 2 = 0$

$(k-1)^2(k+2) = 0$ (1)より $k > \sqrt{2}$ $k < -\sqrt{2}$ より

$k = -2$

