



$x$  の 3 次関数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  において、

- (1) 極値を持つ条件を求めよ。
- (2) 極値を持たない条件を求めよ。
- (3)  $x = -1, 1$  でそれぞれ極値 2, 4 をもつとき  $a, b, c, d$  を求めよ。

[大阪工大]

1)  $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$  ...

極値をもたないのは  $\Delta < 0$  の場合  
よって判別式  $\Delta/4 > 0$  を求める

$b^2 - 3ac > 0$

- (2) (1) の  $\Delta < 0$  の場合重解または実数解をもたない場合  
よって判別式  $\Delta/4 \leq 0$

$b^2 - 3ac \leq 0$

- (3)  $x = -1, 1$  で極値をとることから  
 $f'(x) = 3a(x+1)(x-1)$  とおくと  $c = 0$  とす

$f'(x) = 3ax^2 - 3a$  ...

(1) の  $\Delta < 0$  と (2) の  $\Delta \leq 0$  の場合恒等式であるから

$c = -3a$   $b = 0$  とし  $f(x)$  を書きかえると

$f(x) = ax^3 - 3ax + d$

$f(-1) = 2$  より  $2a + d = 2$

$f(1) = 4$  より  $-2a + d = 4$

$$\begin{cases} 2a + d = 2 \\ -2a + d = 4 \end{cases}$$
 を解くと  $a = -\frac{1}{2}$   $d = 3$

$a = -\frac{1}{2}$   $b = 0$   $c = \frac{3}{2}$   $d = 3$

