



2つの曲線 $y_1 = x^2 - x - 2 \dots ①$, $y_2 = 2x^3 + ax^2 + bx + c \dots ②$ において、以下の設問に答えよ。

- (1) ①と②との交点 $P(1, -2)$ でそれらの接線が直交し、さらに②は、点 $(-1, -12)$ を通っている。定数 a, b, c を決定せよ。
- (2) ①, ②が点 P 以外でも交わるならば、その交点の座標を求めよ。
- (3) 2曲線①, ②で囲まれる部分の面積 S を計算せよ。

1) ①と②が $P(1, -2)$ を通ることより

[日本歯科大]

$$-2 = 2 + a + b + c \quad a + b + c = -4 \dots (a)$$

②は $(-1, -12)$ を通ることより

$$-12 = -2 + a - b + c \quad a - b + c = -10 \dots (b) \quad (a) - (b) \text{ より } 2b = 6 \quad b = 3$$

$y_1' = 2x - 1$, $y_2' = 6x^2 + 2ax + b$ $x=1$ での接線が直交するから、直交するからその積は -1 とおくと

$$1 \cdot (6 + 2a + 3) = -1 \quad 2a + 9 = -1 \quad 2a = -10 \quad a = -5$$

$$a = -5, b = 3 \text{ を (a) に代入して } -5 + 3 + c = -4 \quad c = -2$$

$$\therefore a = -5, b = 3, c = -2$$

(2) $y_1 = x^2 - x - 2$, $y_2 = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 2$

$$2x^3 - 5x^2 + 3x - 2 = x^2 - x - 2$$

$$2x^3 - 6x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x^2 - 3x + 2) = 0$$

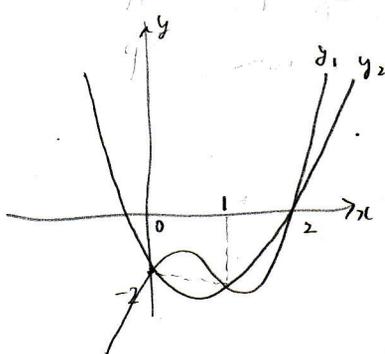
$$2x(x-1)(x-2) = 0$$

$\therefore x = 0, 1, 2$ で交わる P は x 以外のため $x = 0, 2$ とおくと

交点

$$(0, -2), (2, 0)$$

3) 面積を求めよ



$$\begin{aligned} &= \int_0^1 (2x^3 - 5x^2 + 3x - 2 - x^2 + x + 2) dx + \int_1^2 (x^2 - x - 2 - 2x^3 + 5x^2 - 3x + 2) dx \\ &= \int_0^1 (2x^3 - 6x^2 + 4x) dx + \int_1^2 (-2x^3 + 6x^2 - 4x) dx \\ &= \left[\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 2x^2 \right]_0^1 - \left[\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 2x^2 \right]_1^2 \\ &= \frac{1}{2} - (0 - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 \end{aligned}$$

