微分55

a を実数の定数とする。2つの関数 $f(x)=x^3-3x+2a,\ g(x)=x^3-3x^2+a^2$ について，以下の設問に答えよ。

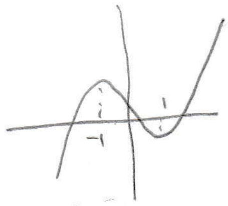
(1) $f(x)$ は $x=\boxed{}$ で極大値，$x=\boxed{}$ で極小値をとる。

(2) $g(x)$ がとる極大値が $f(x)$ がとる極小値の2倍であるとき，$a=\boxed{}$

(3) a は設問 (2) で求めた値であるとする。曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=g(x)$ で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

〔拓殖大〕

(1) $f'(x)=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$



グラフの概形より

$x=-1$ で極大値、$x=1$ で極小値をとる。//

(2) $g'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$ となり $g(x)$ は

$x=0$ で極大値、$x=2$ で極小値であるから

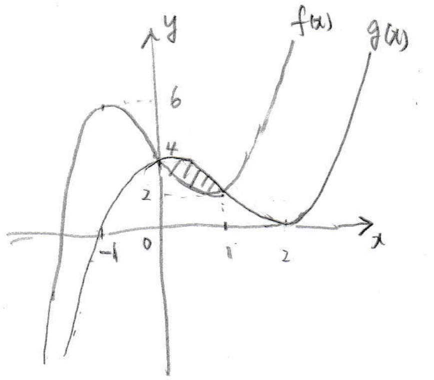
$g(x)$ の極大値は $g(0)=a^2$ 　$f(x)$ の極小値は $2a-2$

題意より $a^2=2(2a-2)$

$a^2-4a+4=0 \rightarrow (a-2)^2=0$ より $a=2$ //

(3) $a=2$ とすると

$f(x)=x^3-3x+4$ 　$g(x)=x^3-3x^2+4$



$f(x)=g(x)$ とおくと

$x^3-3x+4=x^3-3x^2+4$

$3x^2-3x=0$

$3x(x-1)=0$ となり $f(x)$ と $g(x)$ は $x=0,1$ で交わる

このとき求める面積は

$\int_0^1 \{x^3-3x^2+4-(x^3-3x+4)\}dx$

$=\left[-x^3+\frac{3}{2}x^2\right]_0^1$

$=\frac{1}{2}$ //