微分56

$f(x)=(x+1)(x-1)(x-2)$ とその導関数 $f'(x)$ について, 次の設問に答えよ。

(1) 方程式 $f'(x)=0$ を解け。

(2) $f(x)$ を $f'(x)$ で割った商と余りを求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ の増減を調べ, 方程式 $f(x)=a$ が 3 個の異なる実数解をもつような定数 a の範囲を求めよ。

〔日本医科大〕

(1)

$f(x)=x^3-2x^2-x+2$ より

$f'(x)=3x^2-4x-1$

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{7}}{3}$

(2)

$$\begin{array}{r}
\frac{1}{3}x-\frac{2}{9} \\
3x^2-4x-1\,\big)\,x^3-2x^2-x+2 \\
x^3-\frac{4}{3}x^2-\frac{1}{3}x \\
\hline
-\frac{2}{3}x^2-\frac{2}{3}x+2 \\
-\frac{2}{3}x^2+\frac{8}{9}x+\frac{2}{9} \\
\hline
-\frac{14}{9}x+\frac{16}{9}
\end{array}$$

商は $\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{9}$

余りは $-\dfrac{14}{9}x+\dfrac{16}{9}$

(3)

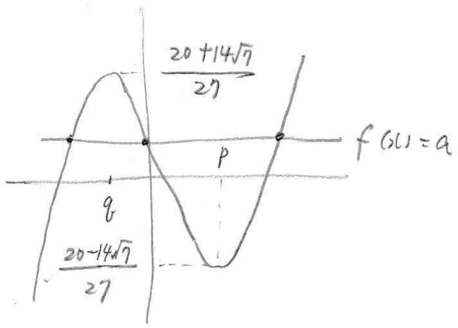
$\dfrac{2+\sqrt{7}}{3}=p$, $\dfrac{2-\sqrt{7}}{3}=q$ とおく

x	$\cdots$	q	$\cdots$	p	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{20+14\sqrt{7}}{27}$	$\searrow$	$\frac{20-14\sqrt{7}}{27}$	$\nearrow$

$f(x)=f'(x)\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{9}\right)-\dfrac{14}{9}x+\dfrac{16}{9}$ より

$f(p)=\dfrac{-28-14\sqrt{7}}{27}+\dfrac{16}{9}=\dfrac{20-14\sqrt{7}}{27}$

$f(q)=\dfrac{-28+14\sqrt{7}}{27}+\dfrac{16}{9}=\dfrac{20+14\sqrt{7}}{27}$



$\dfrac{20-14\sqrt{7}}{27}<a<\dfrac{20+14\sqrt{7}}{27}$