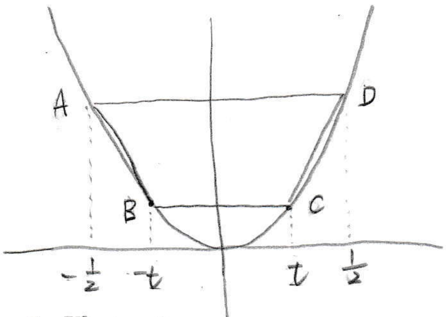
ⅡB 微分57

訂正あり

$f(x)=x^2$ とする。$0<t<\dfrac{1}{2}$ を満たす t を用いて，関数 $y=f(x)$ のグラフ上に 4 点 $\left(-\dfrac{1}{2}, f\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$，$(-t, f(-t))$，$(t, f(t))$，$\left(\dfrac{1}{2}, f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right)$ をとり，それぞれ，点 A, B, C, D とする。この 4 点を頂点とする四角形 ABCD の面積が最大になるのは $t=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ のときで，そのときの面積は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。ただし，イ $\boxed{オ}$，エ $\boxed{カ}$ はできる限り小さい自然数で答えること。

〔早稲田大〕



$A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$，$B(-t, t^2)$，$C(t, t^2)$，$D\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

であるから

$AD=1 \quad BC=2t$

点Aから線分BCにおろした垂線の長さは

$\frac{1}{4}-t^2$

四角形ABCDは台形であることから

面積を $S(t)$ とすると

$$S(t)=\frac{1}{2}(1+2t)\left(\frac{1}{4}-t^2\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(-2t^3-t^2+\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}\right)$$
$$=-t^3-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{4}t+\frac{1}{8}$$

$$S'(t)=-3t^2-t+\frac{1}{4}$$

$S'(t)=0$ とすると $-12t^2-4t+1=0$

$12t^2+4t-1=0$

$(6t-1)(2t+1)=0$

$t=\frac{1}{6}, -\frac{1}{2}$ $\because$ $0<t<\frac{1}{2}$ であるから

$t=-\frac{1}{2}$ は不適である。増減表をかくと

t	0	$\cdots$	$\frac{1}{6}$	$\cdots$	$\frac{1}{2}$
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$		↗	極大	↘	

よって $t=\frac{1}{6}$ のとき最大でその面積は $S\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{4}{27}$

ウエ

アイ