

(1)  $y' = -12x^3 + 48x^2 - 36x$

$= -12x(x-1)(x-3)$

$y' = 0$  とすると  $x = 0, 1, 3$  となる。

$y$  の増減表をかくと以下になる

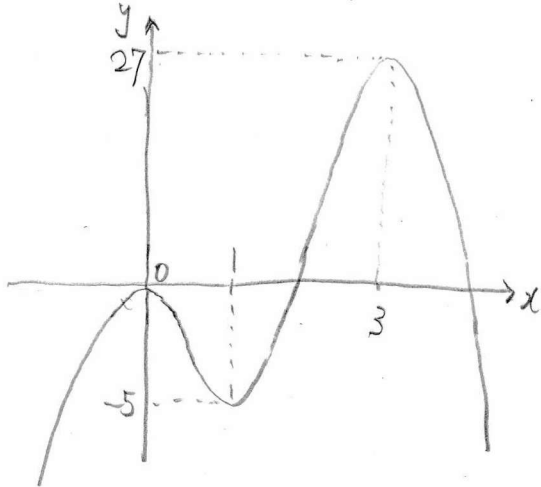
$x$	...	0	...	1	...	3	...
$y'$	+	0	-	0	+	0	0
$y$	↗	0	↘	-5	↗	27	↘

$x = 0$  で極大値 0

$x = 1$  で極小値 -5

$x = 3$  で極大値 27

グラフ



(2)

$y = 5$  となる  $x$  の値を求めると

$-3x^4 + 16x^3 - 18x^2 = 5$

$3x^4 - 16x^3 + 18x^2 + 5 = 0$

$(x-1)^2(3x^2 - 10x - 5) = 0$

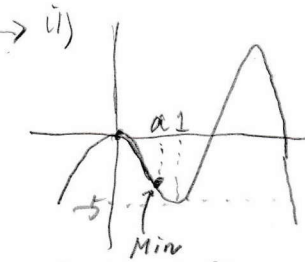
$3x^2 - 10x - 5 = 0$  より

$x = \frac{5 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

よって  $y = 5$  となる  $x$  の値は

$x > 0$  を考えれば

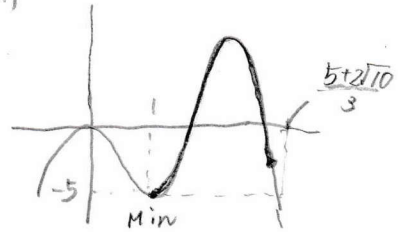
$x = 1, \frac{5 + 2\sqrt{10}}{3}$  とある



$0 < a < 1$  のとき  $x = a$  で最小値となる

よって  $-3a^4 + 16a^3 - 18a^2$

(ii)

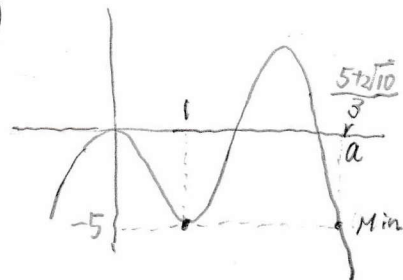


$1 \leq a < \frac{5+2\sqrt{10}}{3}$  のとき  $x = 1$  で

最小値となる

よって -5

(iii)

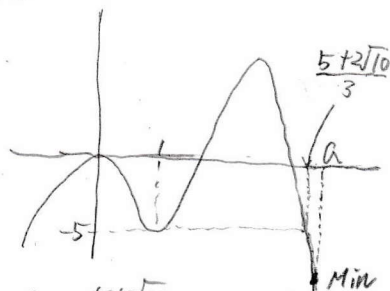


$a = \frac{5+2\sqrt{10}}{3}$  のとき  $x = 1, \frac{5+2\sqrt{10}}{3}$  で

最小値となる

よって -5

(iv)



$a > \frac{5+2\sqrt{10}}{3}$  のとき  $x = a$  で

最小値となる

$-3a^4 + 16a^3 - 18a^2$