en 1

次のような円の方程式を求めよ。

(1) 中心が $(5,\ -3)$, 半径が 4 の円

(2) 2 点 $(0,\ 1)$, $(2,\ 3)$ を直径の両端とする円

(3) 中心が $y = 2x$ 上にあり, 原点と点 $(3,\ 1)$ を通る円

(4) 3 点 $\mathrm{A}(0,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ -2)$, $\mathrm{C}(2,\ 1)$ を頂点とする $\triangle\mathrm{ABC}$ の外接円

(1)

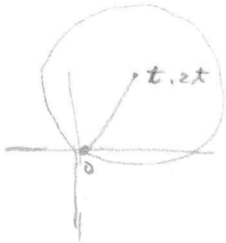
$(x-5)^2+(y+3)^2=16$

(2)

2点間の距離 $\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$ … 直径 → 半径 $\sqrt{2}$

2点間の中点 $\left(\frac{0+2}{2},\ \frac{1+3}{2}\right) \to (1,2) \to$ 中心

$(x-1)^2+(y-2)^2=2$



(3) 中心を $(t,\ 2t)$ とおくと

原点を通るから半径は $\sqrt{t^2+4t^2}=t\sqrt{5}$

ゆえに求める円の式は

$(x-t)^2+(y-2t)^2=5t^2$ これが $(3,1)$ を通るので

$(3-t)^2+(1-2t)^2=5t^2$

$9-6t+\cancel{t^2}+1-4t+\cancel{4t^2}=\cancel{5t^2}$

$-10t=-10$ $t=1$ よって $(x-1)^2+(y-2)^2=5$

(4) 求める円の式を $x^2+y^2+ax+by+c=0$ とすき、それぞれの座標を代入すると $c=0$, $1+4+a-2b+c=0$, $4+1+2a+b+c=0$

以上より $\begin{cases} a-2b=-5 \\ 2a+b=-5 \end{cases}$

$$\begin{array}{rl} & 2a-4b=-10 \\ -) & 2a+b=-5 \\ \hline & -5b=-5 \\ & b=1 \end{array}$$

$a-2=-5$
$a=-3$

$-\frac{10}{4}$

$-\frac{9}{4}-\frac{1}{4}$

よって $x^2+y^2-3x+y=0$ ← これでも可

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$