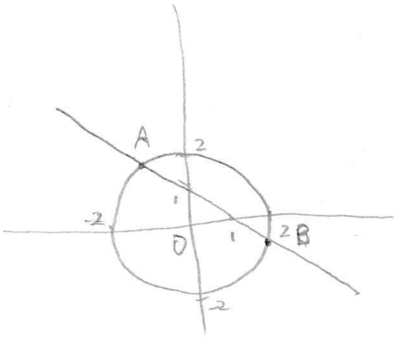
en 9

直線 $x+y-1=0$ ⋯① が円 $x^2+y^2=4$ ⋯② によって切り取られる部分の長さと，線分の中点の座標を求めなさい。

わざく

$y=-x+1$ として $x^2+y^2=4$ に代入すると



$$x^2+(-x+1)^2=4$$

$$x^2+x^2-2x+1=4$$

$$2x^2-2x-3=0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+6}}{2}$$

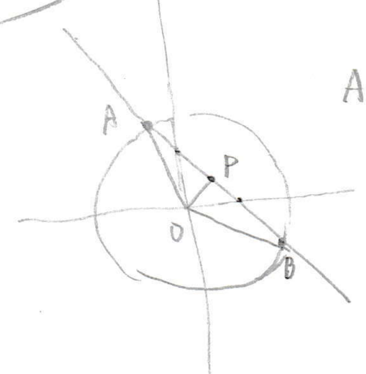
$x=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$ のとき $y=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ $A\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2},\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$

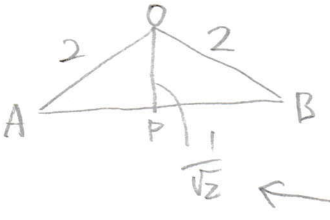
$x=\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ のとき $y=\frac{1-\sqrt{7}}{2}$ $B\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2},\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)$

$$AB=\sqrt{\left(\frac{1-\sqrt{7}}{2}-\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{7}}{2}-\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)^2}=\sqrt{7+7}=\underline{\sqrt{14}}$$

中点は $\left(\dfrac{\frac{1-\sqrt{7}}{2}+\frac{1+\sqrt{7}}{2}}{2},\dfrac{\frac{1+\sqrt{7}}{2}+\frac{1-\sqrt{7}}{2}}{2}\right)=\underline{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}$

ちょっと工夫





$\frac{1}{\sqrt{2}}$ ← 0から直線 $x+y-1=0$ への距離は

$$\frac{|-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

よって

$$AB=2AP=2\cdot\sqrt{4-\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}=2\cdot\sqrt{\frac{7}{2}}=\underline{\sqrt{14}}$$

線分の中点はグラフの対称性より $(0,1)$，$(1,0)$ の中点になるので

$$\underline{\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)}$$