



わり法 1



数学的帰納法によって、次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

$n=1$ のとき

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = 2 - \frac{1+2}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{で成り立つ}$$

$n=k$ のとき成り立つと仮定

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{k+2}{2^k} \quad \text{が成り立つと仮定}$$

$n=k+1$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{k}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} &= 2 - \frac{k+2}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} \\ &= 2 + \frac{-2(k+2) + k+1}{2^{k+1}} \\ &= 2 + \frac{-2k-4+k+1}{2^{k+1}} \\ &= 2 + \frac{-k-3}{2^{k+1}} \\ &= 2 - \frac{(k+1)+2}{2^{k+1}} \end{aligned}$$

よって $n=k+1$ のときも成り立つ

よって $n=1$ から自然数 n まで成り立つ

