kinohou10

すべての正の整数 n において,

$$3^{2n}+4^{n+1}$$

は5の倍数であることを数学的帰納法を用いて表せ。

$n=1$ のとき

$3^2+4^2=25=5\cdot5$ で成り立つ

$n=k$ のとき　与式が5の倍数であると仮定すると

$3^{2k}+4^{k+1}=5N$ (Nは自然数) …① が成り立つ

$n=k+1$ のとき

$3^{2(k+1)}+4^{(k+1)+1}$

$=3^{2k+2}+4^{k+2}$

$=9\cdot3^{2k}+4^{k+2}$ …②

ここで ①より $3^{2k}=5N-4^{k+1}$ から②は

② $=9\cdot(5N-4^{k+1})+4\cdot4^{k+1}$

$=9\cdot5N-9\cdot4^{k+1}+4\cdot4^{k+1}$

$=9\cdot5N-5\cdot4^{k+1}$

$=5(9N-4^{k+1})$

となり $n=k+1$ のとき5の倍数になることが示せた.

よって

$3^{2n}+4^{n+1}$ は正の整数 n に対し

5の倍数となる.