kinoho2

数学的帰納法によって, 次の等式が成り立つことを証明しなさい。

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots\cdots+\frac{1}{2n}$$

$n=1$のとき

$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{1+1}$ より $\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ で成り立つ

$n=k$のとき 与式の等式が成り立つと仮定すると

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}=\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{2k}$$

となり、

$n=k+1$のとき 両辺に $\frac{1}{2(k+1)-1}-\frac{1}{2(k+1)}$ を加えると

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\frac{1}{2(k+1)-1}-\frac{1}{2(k+1)}$$

$$=\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{2k}+\frac{1}{2(k+1)-1}-\frac{1}{2(k+1)}$$

$$=\frac{1}{k+1}+\frac{1}{k+2}+\cdots+\frac{1}{2k}+\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$$

$\frac{1}{k+1}$を後にもってくる

$$=\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+\cdots\frac{1}{2k}+\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{k+1}-\frac{1}{2k+2}$$

$$=\frac{1}{k+2}+\frac{1}{k+3}+\cdots\frac{1}{2k}+\frac{1}{2k+1}+\frac{1}{2k+2}$$

となり $n=k+1$のときも成り立つことが示せた。

よって

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}$$

が成り立つ