



まのらぬ?



n を自然数とするとき、

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

が成り立つことを数学的帰納法で証明せよ。

[岩手大改]

$n=1$ のとき

$$\sum_{k=1}^1 k(k+1) = \frac{1}{3} \times 1 \times 2 \times 3 = 2 \text{ と成り立つ}$$

ある n で成り立つと仮定

$$\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) \text{ と成り立つとすると}$$

$n+1$ のとき

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n+1} k(k+1) &= \sum_{k=1}^n k(k+1) + (n+1)(n+2) \\ &= \frac{1}{3}n(n+1)(n+2) + (n+1)(n+2) \\ &= \frac{1}{3}(n+1)(n+2)(n+3) \end{aligned}$$

$\therefore n+1$ のときも成り立つ

よって数学的帰納法により、すべての自然数 n で与式が成り立つ

