

$\sin x + \cos x = t$ とおいて、両辺を2乗すると

$$\sin^2 x + 2\sin x \cos x + \cos^2 x = t^2$$

$$1 + 2\sin x \cos x = t^2$$

$$\sin x \cos x = \frac{t^2 - 1}{2} \quad \text{とわかる}$$

よって、

$$y = \frac{t^2 - 1}{2} + t$$

$$= \frac{1}{2} t^2 + t - \frac{1}{2}$$

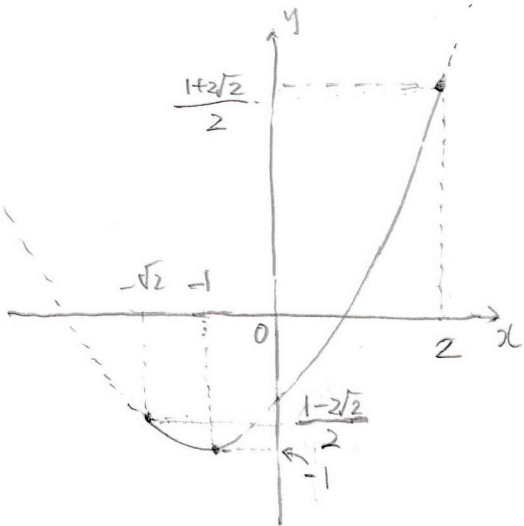
$$= \frac{1}{2} (t+1)^2 - 1 \quad \dots \textcircled{1}$$

また、 $t = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ とおくと

t の範囲は

$$-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2} \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②より $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$ と



よって、

$$t = \sqrt{2} \text{ のとき 最大値 } \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

$$t = -1 \text{ のとき 最小値 } -1$$