$\cos^2 x+\sqrt{2}\sin x+k=0(0^\circ \leqq x \leqq 90^\circ)$ が異なる 2 つの解をもつように，k の値の範囲を求めよ。〔熊本商大〕

$\cos^2 x = 1-\sin^2 x$ より

与式は

$1-\sin^2 x+\sqrt{2}\sin x+k=0$

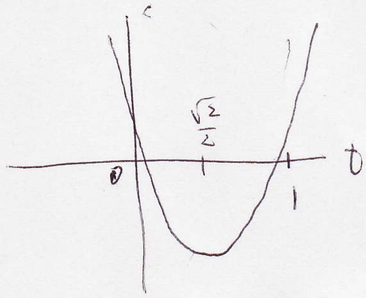
$-\sin^2 x+\sqrt{2}\sin x+k+1=0$

$\sin^2 x-\sqrt{2}\sin x-k-1=0 \quad (0^\circ \leqq x \leqq 90^\circ)$

$\sin x = t$ とおくと

$t^2-\sqrt{2}t-k-1=0$ ∵ $(0 \leqq \sin x \leqq 1)$ より $(0 \leqq t \leqq 1)$

$\left(t-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\frac{3}{2}-k=0$



これが $0 \leqq t \leqq 1$ の範囲で異なる 2 つの実数解をもつ

これより

判別式

D>0 をみたす t の範囲は

$2-4\cdot 1\cdot(-k-1)>0$

$2+4k+4>0$

$4k>-6$

$k>-\frac{3}{2}$ …①

t=0 のとき 0以上

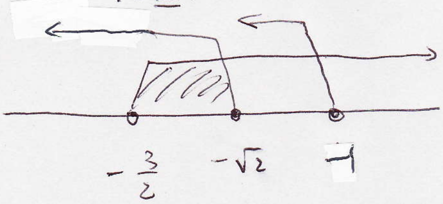
$-k-1 \geqq 0$

$k \leqq -1$ …②

t=1 のとき 0以上

$1-\sqrt{2}-k-1>0$

$k \leqq \sqrt{2}$ …③



①、②③より

$-\frac{3}{2}<k \leqq -\sqrt{2}$