三角関数16

関数 $y=\sin x-\cos x+\sin x\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。〔東京女子大〕

$\sin x-\cos x=t$ とおくと　$\because\ \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=t$ より

$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$

$(\sin x-\cos x)^2=t^2$

$\sin^2 x-2\sin x\cos x+\cos^2 x=t^2$

$1-2\sin x\cos x=t^2$

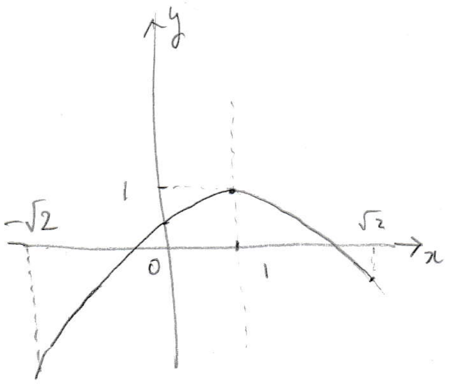
$\sin x\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}$

これより与式は

$y=t+\dfrac{1-t^2}{2}$　　$-\sqrt{2}\leqq t\leqq\sqrt{2}$

$=-\frac{1}{2}(t^2-2t)+\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}(t-1)^2+1$



$\therefore$ $t=1$ のとき最大値 1

$t=-\sqrt{2}$ のとき最小値 $-\sqrt{2}-\frac{1}{2}$

となる。