三角関数17

実数 x, y は $2\cos^2(x+y)-5\cos(x+y)+2=0,\ 0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2},\ 0 \leqq y \leqq \dfrac{\pi}{2}$ を満たすとする。このとき, 次の問いに答えよ。

(1) $x+y=\dfrac{\square}{\square}\pi$ である。

$\frac{1}{2}\times\frac{-2}{-1}$

(2) (1) を用いると

$$3\cos y-\sqrt{3}\sin x=\frac{\sqrt{\square}}{\square}\sin x+\frac{\square}{\square}\cos x$$

と表される。また, x の変域は $0 \leqq x \leqq \dfrac{\square}{\square}\pi$ である。

(3) $3\cos y-\sqrt{3}\sin x$ の最大値は $\sqrt{\square}$ であり, 最小値は $\dfrac{\square}{\square}$ である。

〔東邦大〕

(1) $(\cos(x+y)-2)(2\cos(x+y)-1)=0$　　$-1 \leqq \cos(x+y) \leqq 1$ より

$\cos(x+y)=\frac{1}{2}$　　$\therefore x+y=\frac{1}{3}\pi$

(2) $y=\frac{1}{3}\pi-x$ より

$3\cos(\frac{1}{3}\pi-x)-\sqrt{3}\sin x=3(\cos\frac{1}{3}\pi\cos x+\sin\frac{1}{3}\pi\sin x)-\sqrt{3}\sin x$

$=\frac{3}{2}\cos x+\frac{3\sqrt{3}}{2}\sin x-\sqrt{3}\sin x$

$\therefore 3\cos y-\sqrt{3}\sin x=\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x$

$0 \leqq y=\frac{1}{3}\pi-x$ より　$x \leqq \frac{\pi}{3}$ で　$0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$ とあわせて　$0 \leqq x \leqq \frac{1}{3}\pi$

(3) $\frac{3}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\sqrt{3}\sin(x+\frac{1}{3}\pi)$

$\frac{\pi}{3} \leqq x+\frac{1}{3}\pi \leqq \frac{2}{3}\pi$ であるから　$\frac{\sqrt{3}}{2} \leqq \sin(x+\frac{1}{3}\pi) \leqq 1$

$\therefore$ 最大値は $\sin(x+\frac{1}{3}\pi)=1$ のときで $\sqrt{3}$　最小値は

$\sin(x+\frac{1}{3}\pi)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ のときで $\frac{3}{2}$