$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。$F = 2\tan^2\theta - 8\sin^2\theta$ は

$$F = \boxed{}\cos^2\theta + \frac{\boxed{}}{\cos^2\theta} - \boxed{}$$

と変形できる。F の最小値は $\boxed{}$ であり，そのときの θ の値は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}\pi$ である。

〔千葉工大〕

$$F = 2\cdot\frac{\sin^2\theta}{\cos^2 x} - 8(1-\cos^2\theta)$$

$$= 2\,\frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} - 8(1-\cos^2\theta)$$

$$= \frac{2}{\cos^2 x} - 2 - 8 + 8\cos^2\theta$$

整理して

$$F = 8\cos^2\theta + \frac{2}{\cos^2\theta} - 10$$

相加相乗平均の不等式から

$$F \geqq 2\cdot\sqrt{8\cancel{\cos^2\theta}\cdot\frac{2}{\cancel{\cos^2\theta}}} - 10$$

$$F \geqq -2$$

等号が成立するのは $8\cos^2\theta = \dfrac{2}{\cos^2\theta}$

$\cos^4\theta = \dfrac{1}{4}$　$\cos\theta$ は正だより　$\cos^2\theta = \dfrac{1}{2}$

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ より $\cos\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$　このとき $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

∴ F の最小値は -2 でそのとき

$\theta = \dfrac{1}{4}\pi$