

2B 三角函数23

関数 $f(x) = 6\sin^2 x + 2\cos x \cos 2x - 7\cos x - 6$ ($0 \leq x \leq \pi$) に対して, $t = \cos x$ とおき, $f(x)$ を t の式で表すと $f(x) = \square$ となる。 $f(x)$ は, $x = \square$ のとき最大値 \square をとり, $x = \square$ のとき最小値 \square をとる。 [北里大]

$$\begin{aligned} \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x & \sin^2 x &= 1 - \cos^2 x \\ &= 2\cos^2 x - 1, & &= 1 - t^2 \\ & & & \therefore -1 \leq t \leq 1 \end{aligned}$$

$$f(x) = 6(1-t^2) + 2t \cdot (2t^2-1) - 7t - 6$$

$$= 6 - 6t^2 + 4t^3 - 2t - 7t - 6$$

$$\therefore f(x) = 4t^3 - 6t^2 - 9t \quad \because -1 \leq t \leq 1$$

$$f'(x) = 12t^2 - 12t - 9$$

$$\frac{2}{2} \times \frac{-3}{1} \rightarrow -6$$

$$= 3(4t^2 - 4t - 3)$$

$$= 3(2t-3)(2t+1)$$

$$t = -\frac{1}{2} \text{ かつ } 0 \leq t \leq 1 \text{ より } \cos x = -\frac{1}{2} \quad x = \frac{2}{3}\pi$$

ここで極大から最大値 $\frac{5}{2}$ であり

$$t = -1 \text{ かつ } f(x) = -1$$

$$t = 1 \text{ かつ } f(x) = -11 \text{ であるから}$$

$\cos x = 1$ かつ $x = 0$ かつ最小値 -11 である

$$x = \frac{2}{3}\pi \text{ かつ最大値 } \frac{5}{2}$$

$$x = 0 \text{ かつ最小値 } -11$$

t	...	-1	...	$-\frac{1}{2}$...	1	...
$f'(x)$	/		+	0	-		/
$f(x)$	/		↑		↓		/

$$-\frac{6}{8} - \frac{6}{4} + \frac{9}{2}$$

$$-\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{9}{2}$$