

関数 $y = 2(\cos x + \sin x) + 2 \cos x \sin x + 3$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $t = \cos x + \sin x$ の取る値の範囲を求めよ。
- (2) y を t の式で表せ。
- (3) y の最大値と最小値を求めよ。

[東京都市大]

$$t = \cos x + \sin x = \sqrt{2} \left(\sin x + \frac{\pi}{4} \right)$$

 $0 \leq x \leq 2\pi$ のとき $-1 \leq \sin x \leq 1$ なのよ。
 $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$

$$t^2 = (\cos x + \sin x)^2 = 1 + 2 \cos x \sin x$$

 $\cos x \sin x = \frac{t^2 - 1}{2}$ とする
 5式は
 $y = 2 \cdot t + 2 \cdot \frac{t^2 - 1}{2} + 3$ とか、整理すると

$$y = t^2 + 2t + 2$$

