

$$\begin{aligned}
 (1) \quad y &= 4\cos x \sin 2x - 3\sqrt{3}\cos 2x - 8\sin x + \sqrt{3} \\
 &= 4\cos x \cdot 2\sin x \cos x - 3\sqrt{3}(1-2\sin^2 x) - 8\sin x + \sqrt{3} \\
 &= 8\sin x \cos^2 x - 3\sqrt{3}(1-2\sin^2 x) - 8\sin x + \sqrt{3} \\
 &= 8\sin x(1-\sin^2 x) - 3\sqrt{3}(1-2\sin^2 x) - 8\sin x + \sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\sin x = t \text{ とおす}$$

$$y = 8t(1-t^2) - 3\sqrt{3}(1-2t^2) - 8t + \sqrt{3} \quad \text{より}$$

$$\underline{y = -8t^3 + 6\sqrt{3}t^2 - 2\sqrt{3}}$$

$$(2) \quad 0 \leq x < 2\pi \text{ より } -1 \leq t \leq 1$$

$$y = -8t^3 + 6\sqrt{3}t^2 - 2\sqrt{3}$$

$$y' = -24t^2 + 12\sqrt{3}t$$

$$= -12t(2t - \sqrt{3})$$

$$t = 0, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

t	-1	...	0	...	$\frac{\sqrt{3}}{2}$...	1
y'		-	0	+	0	-	
y	$8+4\sqrt{3}$	\searrow	$-2\sqrt{3}$	\nearrow	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	\searrow	$-8+4\sqrt{3}$

さらに

$$-2\sqrt{3} < -8+4\sqrt{3}$$

最大値は $t = -1$ のとき、すなわち $x = \frac{3}{2}\pi$ のときで
 $8+4\sqrt{3}$

最小値は $t = 0$ のとき、すなわち $x = 0, \pi$ のときで
 $-2\sqrt{3}$