

整式 | 8 ✓

$a+b=1$ のとき, 等式 $a^2+b^2+1=2(a+b-ab)$ を証明せよ。

$a+b=1$ を $b=1-a$ とし 左辺と右辺に代入すると

左辺

$$\begin{aligned} & a^2 + (1-a)^2 + 1 \\ &= a^2 + 1 - 2a + a^2 + 1 \\ &= 2a^2 - 2a + 2 \\ &= 2(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

右辺

$$\begin{aligned} & 2\{a + (1-a) - a(1-a)\} \\ &= 2(a + 1 - a - a + a^2) \\ &= 2(a^2 - a + 1) \end{aligned}$$

となり 左辺と右辺は等しい

よって

$$a+b=1 \text{ のとき } a^2+b^2+1=2(a+b-ab) \text{ である。}$$