$F'(x) = f(x)$ とするとき,

$$F(x) = 3x^2 - \int_0^1 \{F(\cancel{x}\,t) + f(t) + f'(x)\}\, dt$$

を満たす関数 $F(x)$ を求めよ。　　　　加藤忠太

$F(x) = 3x^2 - k$ とおくと

$f(x) = 6x$

$f'(x) = 6$　より 与式は

$$\begin{aligned} F(x) &= 3x^2 - \int_0^1 (3t^2 - k + 6t + 6)\, dt \\ &= 3x^2 - \Big[t^3 + 3t^2 + (6-k)t \Big]_0^1 \\ &= 3x^2 - (1 + 3 + 6 - k) \\ &= 3x^2 - 10 + k \quad \cdots ① \end{aligned}$$

①は $F(x) = 3x^2 - k$ と同等だから

$3x^2 - k = 3x^2 - 10 + k$ とおける

$-2k = -10$

$k = 5$

よって

$$\underline{F(x) = 3x^2 - 5} \;/\!/$$