曲線 C : $y = x^3 - 3(k-1)x^2 - 3(2k-1)x + k^2 - k + 2\ (k > 0)$ について

(1) 曲線 C が x 軸に接するように k の値を定めよ。

(2) (1) で定めた k の値に対して, 曲線 C と直線 $y = x + 2$ によって囲まれる図形の面積を求めよ。

〔北海道教育大〕

(1) $y' = 3x^2 - 6(k-1)x - 3(2k-1)$

$= 3\{x-(2k-1)\}(x+1)$

$x=-1$ のとき $x=-1$ を与式に代入すると

$-1-3(k-1)+3(2k-1)+k^2-k+2=0$

$-1-3k+3+6k-3+k^2-k+2=0$

$k^2+2k+1=0$

$(k+1)=0$ 　$k=-1$ となるが ~~不適~~

$x=2k-1$ のとき

$(2k-1)^3-3(k-1)(2k-1)^2-3(2k-1)^2+k^2-k+2=0$

$(2k-1)^2(2k-1-3k+3-3)+k^2-k+2=0$

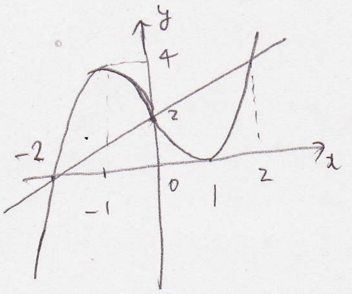
$(2k-1)^2(-k-1)+k^2-k+2=0$

$-4k^3+k^2+2k+1=0$

$-(k-1)(4k^2+3k+1)=0$

これより $k=1$ //

(2) $y=x^3-3x+2$ 　$y'=3x^2-3=3(x+1)(x-1)$



-1

-1 +3 +2

1 −3+2

$y=x+2$ との交点を調べると

$x^3-3x+2=x+2$

$x^3-4x=0$

$x(x+2)(x-2)=0$

$x=0, -2, 2$ で交わる

よって求める面積は

$\int_{-2}^{0}(x^3-3x+2-x-2)\,dx+\int_{0}^{2}(x+2-x^3+3x-2)\,dx$

$=\int_{-2}^{0}(x^3-4x)\,dx+\int_{0}^{2}(-x^3+4x)\,dx = 2\int_{0}^{2}(-x^3+4x)\,dx$

$=2\left[-\frac{1}{4}x^4+2x^2\right]_0^2$

$=2(-4+8)=8$ 　　A. 8 //