



積分



関数 $f(x) = x^3 - x$ について次の問いに答えよ。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(a, f(a))$ におけるこの曲線の接線の方程式を求めよ。
- (2) $a \neq 0$ とする。点 $(a, f(a))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線とこの曲線の交点うち、 $(a, f(a))$ 以外の点の x 座標を求めよ。
- (3) $a \neq 0$ とする。曲線 $y = f(x)$ と点 $(a, f(a))$ におけるこの曲線の接線とで囲まれる図形の面積を求めよ。

1) $f'(x) = 3x^2 - 1$

[北見工大]

$$y = (3a^2 - 1)(x - a) + a^3 - a$$

$$y = (3a^2 - 1)x - 2a^3$$

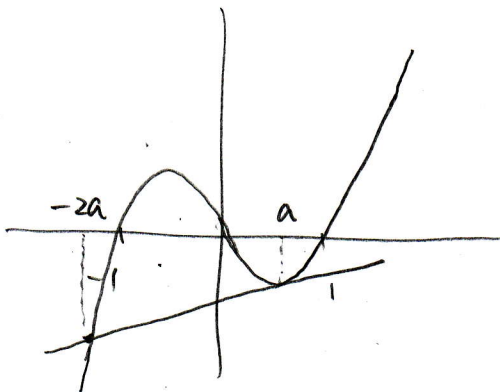
2) $x^3 - x = (3a^2 - 1)x - 2a^3$

$$x^3 - 3a^2x + 2a^3 = 0 \rightarrow (x - a)(x^2 + ax - 2a^2) = 0$$

$$(x - a)^2(x + 2a) = 0$$

$$\underline{-2a}$$

3) $y = x(x+1)(x-1)$



$a > 0, a < 0$ にかかわらず、対称性より、
 とらさばいどおきでいい。

$$\int_{-2a}^a (x-a)^2(x+2a) dx$$

$$= \int_{-2a}^a (x-a)^2(x-a+3a) dx$$

$$= \int_{-2a}^a \{ (x-a)^3 + 3a(x-a)^2 \} dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}(x-a)^4 + a(x-a)^3 \right]_{-2a}^a$$

$$= 0 - \left(\frac{81}{4}a^4 - 27a^4 \right)$$

$$= \frac{27}{4}a^4$$

公式

$$\int_{-2a}^a (x-a)^2(x+2a) dx$$

$$= \frac{1}{12}(3a)^4$$

$$= \frac{81}{12}a^4$$

$$= \frac{27}{4}a^4$$

