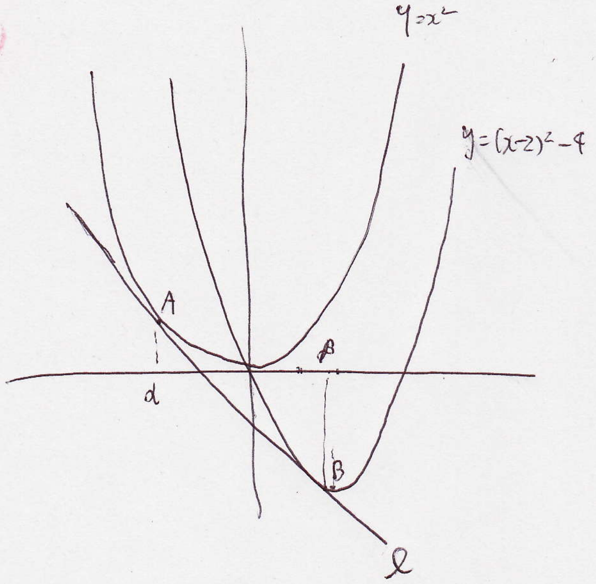
(1) C_1とlの接点をA，C_2とlの接点をBとする
これを
$A(\alpha, \alpha^2)$ $B(\beta, \beta^2-4\beta)$ とおく $\because \beta>\alpha$



C_1より $y=2x$
C_2より $y'=2x-4$ であるから
lはαを使うと
$y=2\alpha(x-\alpha)+\alpha^2$
$y=2\alpha x-\alpha^2$ …①
lはβを使うと
$y=(2\beta-4)(x-\beta)+\beta^2-4\beta$
$y=(2\beta-4)x-\beta^2$ …②

①,②は同値だから $2\alpha=2\beta-4$ $\alpha^2=\beta^2$ $\beta>\alpha$より $\beta=-\alpha$ であるから
$2\alpha=-2\alpha-4$
$\alpha=-1$ これより $\beta=1$ 接線lは $\underline{y=-2x-1}$

(2)
$A_1=A$ であるから $A(\alpha,\alpha^2)$より $A_1(-1,1)$
$A_2=B$ であるから $B(\beta,\beta^2-4\beta)$より $A_2(1,-3)$

(3) 求める面積はSとすると

$$S=\int_{-1}^{0}\{x^2-(-2x-1)\}dx+\int_{0}^{1}\{x^2-4x-(-2x-1)\}dx$$
$$=\left[\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{1}{3}x^3-x^2+x\right]_{0}^{1}$$
$$=-\left(-\frac{1}{3}+1-1\right)+\left(\frac{1}{3}-1+1\right)$$
$$=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$$
$$=\frac{2}{3}$$