(1) 曲線 $y=|x^2-3x|$ と直線 $y=x$ とで囲まれた 2 つの部分の面積の和は $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(2) 曲線 $y=|x^2-3x|$ と直線 $y=kx$ の

共有点が 3 個であるための k の必要十分条件は $\boxed{}$,

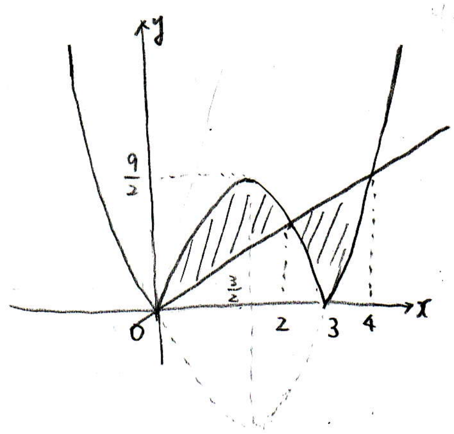
共有点が 2 個であるための k の必要十分条件は $\boxed{}$

共有点が 1 個であるための k の必要十分条件は $\boxed{}$ である。

〔上智大改〕

(1)

$x^2-3x=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$



$x^2-3x=x$ より

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$ …①

$-x^2+3x=x$

$-x^2+2x=0$

$-x(x-2)=0$ …②

①,②より $y=x$ と $y=|x^2-3x|$ の交点の x 座標は $0,\ 2,\ 4$ である

$x^2-3x=x(x-3)$

これより求める面積は

$$\int_0^2(-x^2+3x-x)\,dx+\int_2^3(x+x^2-3x)\,dx+\int_3^4(x-x^2+3x)\,dx$$

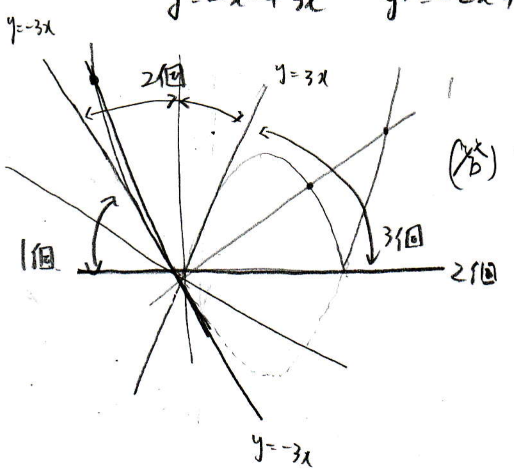
$$=\frac{1}{6}\cdot(2-0)^3+\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_2^3+\left[-\frac{1}{3}x^3+2x^2\right]_3^4$$

$$=\frac{4}{3}+(9-9)-\left(\frac{8}{3}-4\right)+\left(-\frac{64}{3}+32\right)-(-9+18)$$

$$=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+\frac{32}{3}-\frac{27}{3}=\frac{13}{3}$$

$\underline{\dfrac{13}{3}}$

(2) $y=-x^2+3x$　$y'=-2x+3$ より原点における接線の式は $y=3x$



(答)
- $0<k<3$ のとき共有点は3個
- $k=0,\ k<-3,\ k\geqq 3$ のとき共有点は2個
- $-3\leqq k<0$ のとき共有点は1個