2B 積分 61　ok

放物線 $C: y=x^2-6x+a$ (a は正の定数) は, x 軸と, 異なる 2 点 A, B で交わるものとする。x 座標の小さい方を A とする。また

C と x 軸および y 軸の 3 つで囲まれた部分の面積を S_1

C と x 軸で囲まれた部分の面積を S_2

C と x 軸および直線 $x=6$ の 3 つで囲まれた部分の面積を S_3

とする。

(1) a の取り得る値の範囲は $\boxed{} < a < \boxed{}$ である。

(2) $S_1+S_3=S_2$ となるのは $a=\boxed{}$ のときである。

(3) (2) が成り立つとき

A の x 座標は $\boxed{}-\sqrt{\boxed{}}$

B の x 座標は $\boxed{}+\sqrt{\boxed{}}$

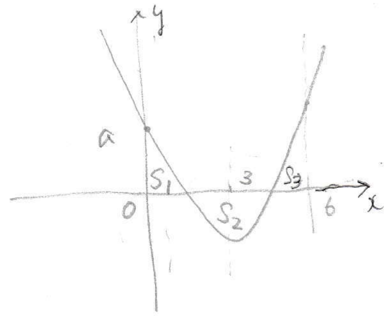
であり, S_1+S_3 の値は $\boxed{}\sqrt{\boxed{}}$ である。

〔北海道薬科大〕

(1) $y=(x-3)^2-9+a$ …① また判別式 $D/4>0$ より $9-a>0$ ∴ $a<9$

a は正であるから $\underline{0<a<9}$

(2)



x 軸との交点を求めると

$(x-3)^2=9-a$ より $x=3\pm\sqrt{9-a}$ 　$\alpha=3-\sqrt{9-a}$, $\beta=3+\sqrt{9-a}$ とする

$S_1+S_3=S_2$ で $f(x)=x^2-6x+a$ として

$\int_0^{\alpha} f(x)dx+\int_{\beta}^{6} f(x)dx=-\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ となり

$\int_0^{\alpha} f(x)dx+\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx+\int_{\beta}^{6} f(x)dx=0$ 　つまり $\int_0^6 f(x)dx=0$ である

∴ $\int_0^6 (x^2-6x+a)dx=\left[\frac{1}{3}x^3-3x^2+ax\right]_0^6=72-108+6a=0$ 　$6a=36$ 　$\underline{a=6}$

(3) (2)より Aのx座標, Bのx座標はそれぞれ $\underline{3-\sqrt{3},\ 3+\sqrt{3}}$ となり

$S_1+S_3=S_2=\int_{3-\sqrt{3}}^{3+\sqrt{3}} -(x^2-6x+6)dx$ 　　数樂　http://www.mathtext.info/

$=\int_{3-\sqrt{3}}^{3+\sqrt{3}} -(x-3-\sqrt{3})(x-3+\sqrt{3})dx=\frac{1}{6}\{(3+\sqrt{3})-(3-\sqrt{3})\}^3=4\sqrt{3}$

$\underline{4\sqrt{3}}$