26 狂言 69

関数 $y = x^2 - 2x$ の $t \leqq x \leqq t+1$ における最小値を $f(t)$ とおく，

(1) $t \leqq$ $\boxed{\ast}$ (0) のとき，$f(t) = t^2 +$ $\boxed{-1}$ 　OK

$\boxed{\ast}$ (0) $\leqq t \leqq$ $\boxed{\ast\ast}$ (1) のとき，$f(t) =$ $\boxed{-1}$

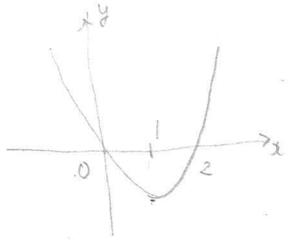
$\boxed{\ast\ast}$ (1) $\leqq t$ のとき，$f(t) = t^2 +$ $\boxed{-2}$ t である。　t 修正

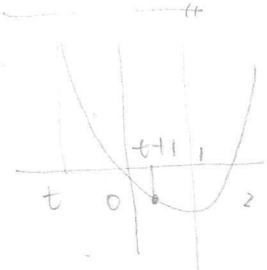
(2) $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$ である。

(3) $x \geqq -1$ のとき，$g(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(x)\,dt$ は $x =$ $\boxed{}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$

〔東京薬科大〕

1) $y=(x-1)^2-1$　$t+1 \leqq 1$ のとき つまり $t \leqq 0$ のとき $x=t+1$ で最小値となる．





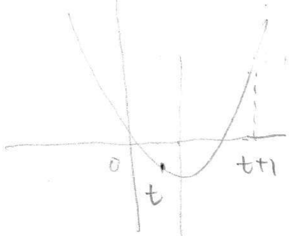
$f(t) = (t+1)^2 - 2(t+1)$

$= t^2+2t+1-2t-2$

より

$f(t) = t^2 - 1$ $(\because t \leqq 0)$

$0 \leqq t \leqq$



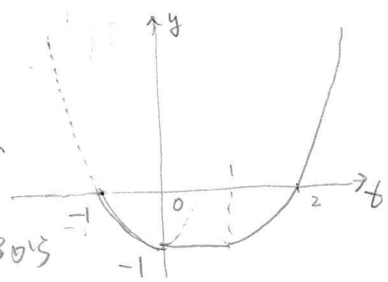
$0 \leqq t \leqq 1$ のとき，$x=1$ のとき最小値 $\therefore f(t) = -1$

$1 \leqq t$ のとき $x=t$ で最小値 $\therefore f(t) = t^2-2t$

(2)

$\displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt = \int_{-1}^{0} (t^2-1)\,dt - \int_{0}^{1} dt = \left[\frac{1}{3}t^3 - t\right]_{-1}^{0} - \left[t\right]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{3} - 1 - 1 = -\frac{5}{3}$



(3) $y=f(t)$ のグラフの概形は右のようになる

また $g(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)\,dt$ より $g'(x) = f(x)$ であるから

$x \geqq -1$ において $x=2$ のとき 最小値をとる

$g(2) = \displaystyle\int_{-1}^{2} f(t)\,dt$ として (2) より $g(2) = \displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\,dt + \int_{1}^{2} f(t)\,dt = -\frac{5}{3} + \int_{1}^{2} (t^2-2t)\,dt$

$= -\frac{5}{3} + \left[\frac{1}{3}t^3 - t^2\right]_{1}^{2} = -\frac{5}{3} + \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3}\right) = -\frac{7}{3}$