2B 積分 70

OK

放物線 $y = x^2 - 4x + 3$ を C とする。C 上の点 $(0,\ 3),\ (6,\ 15)$ における接線をそれぞれ $l_1,\ l_2$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $l_1,\ l_2$ の方程式を求めよ。

(2) $C,\ l_1,\ l_2$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

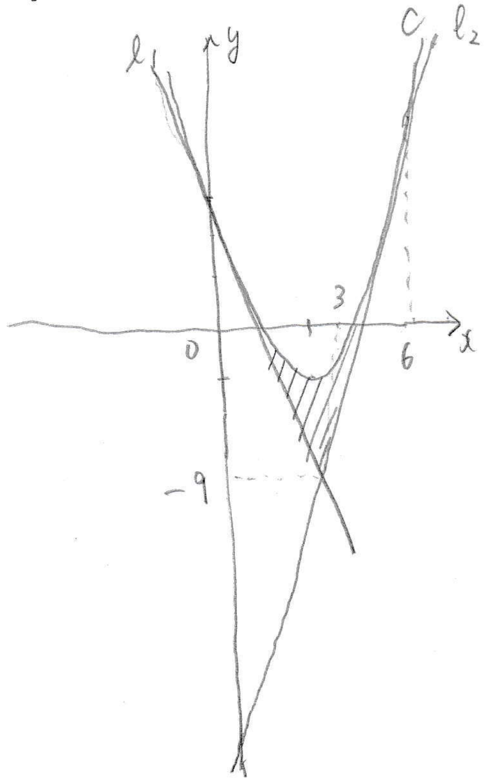
〔群馬大〕

(1) $y' = 2x - 4$ より

l_1 は $y = -4(x-0)+3$ より $l_1 : y = -4x+3$

l_2 は $y = 8(x-6)+15$ より $l_2 : y = 8x - 33$

(2) $y = (x-2)^2 - 1$



l_1, l_2 の交点は

$-4x+3 = 8x-33$ より

$-12x = -36$

$x = 3$ ∴ 交点 $(3, -9)$

求める面積をSとすると

$$S = \int_0^3 \{x^2-4x+3-(-4x+3)\}dx + \int_3^6 \{x^2-4x+3-(8x-33)\}dx$$

$$= \int_0^3 x^2\,dx + \int_3^6 (x^2-12x+36)\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^3 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 6x^2 + 36x\right]_3^6$$

$$= 9 + \{(72 - \cancel{216} + \cancel{216}) - (9 - 54 + 108)\}$$

$$= 9 + (72 - 63)$$

$$= 18$$

$\frac{1}{216}$

A. 18

$$\int_3^6 (x^2-12x+36)\,dx$$

$$= \int_3^6 (x-6)^2\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}(x-6)^3\right]_3^6$$ がかっこいいが…