

放物線 $C: y = x(x - a)$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $a > 0$ とする。

- (1) 直線 $l: y = ax$ と、 C との交点で、原点とは異なる点の座標を求めよ。
- (2) C と x 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。
- (3) C と l とで囲まれた図形 D の面積を求めよ。
- (4) 点 $(a, 0)$ を通り、図形 D の面積を2等分する直線の方程式を求めよ。

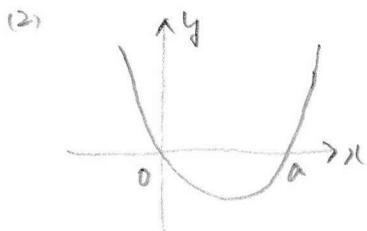
[香川大]

1) $x(x - a) = ax$

$$x^2 - ax - ax = 0$$

$$x^2 - 2ax = 0$$

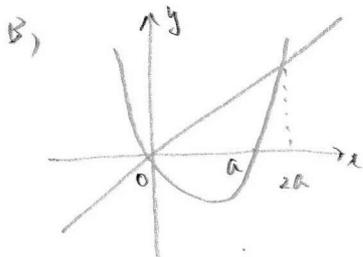
$$x(x - 2a) = 0 \quad x = 0, 2a \quad \therefore (2a, 2a^2)$$



$$\int_0^a -x(x-a) dx = \int_0^a (-x^2 + ax) dx$$

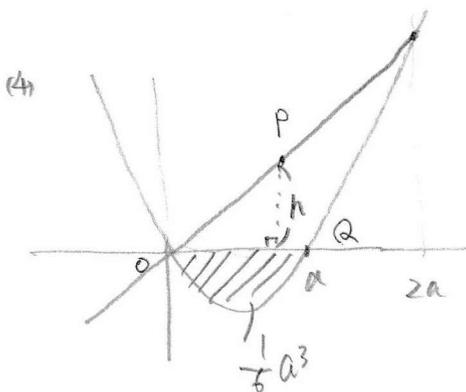
$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 \right]_0^a$$

$$= -\frac{1}{3}a^3 + \frac{1}{2}a^3 = \frac{1}{6}a^3 \quad \underline{\underline{\frac{1}{6}a^3}}$$



$$\int_0^{2a} \{ax - x(x-a)\} dx = \int_0^{2a} -x(x-2a) dx$$

$$= \frac{1}{6} \cdot (2a)^3 = \underline{\underline{\frac{4}{3}a^3}}$$



$D = \frac{4}{3}a^3$ のうち $\frac{D}{2} = \frac{2}{3}a^3$ と等しいものを

(2) 71) 左図の斜線部分が $\frac{1}{6}a^3$ のため

x 上の点を $P(a, 0)$ とすると $\triangle POQ$ の面積は

$$\frac{2}{3}a^3 - \frac{1}{6}a^3 = \frac{1}{2}a^3 \quad \text{と等しい}$$

よって $\triangle POQ$ の底辺は a のため高さを h とすると

$$a \times h \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a^3 \quad \text{のため} \quad h = a^2 \quad \text{と等しい}$$

y 座標を a^2 のため $y = ax$ で $y = a^2$ とすると $x = a$

1 数楽 <http://www.mathtext.info/>

$\therefore P(a, a^2)$ とする \therefore この直線 PQ の式は

$$x = a \quad \underline{\underline{x = a}}$$