

次の各問に答えよ。

(1) $\alpha < \beta$ のとき, 次の等式 $\int_{\alpha}^{\beta} (\beta - x)(x - \alpha) dx = \frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$ が成り立つことを示せ。

(2) $-2 \leq a \leq 2$ のとき, 曲線 $y = (3x - a^3)(x - a + 1)$ と x 軸で囲まれる部分の面積 $S(a)$ の最小値を求めよ。

〔宮崎大〕