

指数関数

③

関数 $f(x) = 2^{-3x} - 9 \cdot 2^{-2x} + 24 \cdot 2^{-x} - 20$ は $-2 \leq x \leq -\frac{1}{2}$ において最小値 \square ,
最大値 \square をとる。 [星薬科大]

$$2^{-x} = a \text{ とおくと } \sqrt{2} \leq a \leq 4$$

$$f(a) = a^3 - 9a^2 + 24a - 20$$

$$f'(a) = 3a^2 - 18a + 24$$

$$= 3(a^2 - 6a + 8)$$

$$= 3(a-4)(a-2)$$

$\sqrt{2} \leq a \leq 4$ と合わせて 関数 $f(a)$ の増減表をかくと

a	...	$\sqrt{2}$...	2	...	4	...
$f'(a)$	+		+	0	-	0	+
$f(a)$	\nearrow		\nearrow	極大	\searrow	極小	\nearrow

$f(a)$ は $a=2$ のとき極大かつ最大値をとる。その値は

$$f(2) = 0 \quad \text{つまり } f(\sqrt{2}) = 26\sqrt{2} - 38 < 0$$

$f(a)$ は $a=4$ のとき極小かつ最小値をとる。その値は

$$f(4) = -4$$

よって

$f(x)$ は $x=-1$ のとき最大値 0

$x=-2$ のとき最小値 -4 とする