数列25

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和を S_n とする。$S_n = \dfrac{3}{2}a_n - \dfrac{n}{2}$, $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たすとき, $\{a_n\}$ は n を用いて $a_n = \boxed{}$ と表わされる。

〔日本獣医畜産大〕

$a_n = S_n - S_{n-1}$ を利用

$$
\begin{array}{rl}
 & S_n = \frac{3}{2}a_n - \frac{n}{2} \\
-) & S_{n-1} = \frac{3}{2}a_{n-1} - \frac{n-1}{2} \\
\hline
 & a_n = \frac{3}{2}a_n - \frac{3}{2}a_{n-1} - \frac{1}{2} \quad \cdots ①
\end{array}
$$

$S_1 = \frac{3}{2}a_1 - \frac{1}{2}$

↓

a_1

$2a_1 = 3a_1 - 1$

$a_1 = 1$

①×2 より

$a_n = 3a_{n-1} + 1$

特性方程式

$x = 3x + 1$ より $x = -\frac{1}{2}$

$a_n + \frac{1}{2} = 3\left(a_{n-1} + \frac{1}{2}\right)$

$a_n + \frac{1}{2}$ は 初項 $a_1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 公比 3 の等比数列

$\therefore\ a_n + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3^{n-1}$

$\therefore\ a_n = \frac{3^n}{2} - \frac{1}{2}$