ごうかく!

ごうかく!

数列37

(1) 数列 $\{a_n\}$ に対し, $b_n = \log_{10} a_n$ を項とする数列 $\{b_n\}$ が初項 $\log_{10} 2$, 公差 $\log_{10} 3$ の等差数列となるとき, 初項から第 8 項までの和 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_8$ の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ に対し, $b_n = 10^{a_n}$ を項とする数列 $\{b_n\}$ が初項 4, 公比 16 の等比数列となるとき, 初項から第 10 項までの和 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}$ の値を求めよ。

〔群馬大〕

(1) $b_n = \log_{10}2 + (n-1)\log_{10}3$

$= \log_{10}2 + \log_{10}3^{n-1}$

$= \log_{10}2\cdot 3^{n-1}$　　$b_n = \log_{10}a_n$ より

$\log_{10}a_n = \log_{10}2\cdot 3^{n-1}$　$\therefore\ a_n = 2\cdot 3^{n-1}$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{2(3^n-1)}{3-1} = 3^n-1$

$n=8$ のとき　$3^8-1 = 6560$

$\underline{6560}$

(2)

$b_n = 4\cdot 16^{n-1} = 2^2\cdot 2^{4(n-1)} = 2^{4n-2}$

$10^{a_n} = 2^{4n-2}$ より　$a_n = \log_{10}2^{4n-2}$ であるから

$a_n = (4n-2)\log_{10}2$

$a_1 = 2\log_{10}2$　$a_2 = 6\log_{10}2$　$a_3 = 10\log_{10}2$ …

$a_{10} = 38\log_{10}2$

$(2+38)\times 10\times\frac{1}{2}\cdot\log_{10}2 = 200\log_{10}2$

$\underline{200\log_{10}2}$

ごうかく!

ごうかく!