数列46

$\{a_n\}$ が初項 9, 公差 2 の等差数列であるとき,

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\frac{1}{\sqrt{a_3}+\sqrt{a_4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{a_{80}}+\sqrt{a_{81}}}=\boxed{}$$

である。　〔東京薬科大改〕

$a_n=9+2(n-1)$

$a_n=2n+7$ より

与式の一般項は

$$\frac{1}{\sqrt{2n+7}+\sqrt{2(n+1)+7}} \text{ より } \frac{1}{\sqrt{2n+7}+\sqrt{2n+9}} \cdots ①$$

①は

$$\frac{\sqrt{2n+7}-\sqrt{2n+9}}{(2n+7)-(2n+9)}=-\frac{\sqrt{2n+7}-\sqrt{2n+9}}{2} \text{ となり}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\frac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\cdots$$

$$=-\frac{\sqrt{9}}{2}+\cancel{\frac{\sqrt{11}}{2}}-\cancel{\frac{\sqrt{11}}{2}}+\cancel{\frac{\sqrt{13}}{2}}-\cancel{\frac{\sqrt{13}}{2}}+\cancel{\frac{\sqrt{15}}{2}}+\cdots-\cancel{\frac{\sqrt{167}}{2}}+\frac{\sqrt{169}}{2}$$

$$=-\frac{3}{2}+\frac{13}{2}$$

$$=5$$

$\underline{5}$