ok

数列 $\{a_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ が, $a_1=3,\ a_{n+1}=a_n+6n+1$ で定められているとき, 一般項 a_n は $a_n=\boxed{}n^2-\boxed{}n+\boxed{}$ であり, 初項から n 項までの和 S_n は $S_n=n^3+\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}n^2+\dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}n$ である。 〔昭和薬科大〕

問題より

$a_{n+1}-a_n=6n+1$ となり 一般項 a_n は

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}6n+1$$

$$=3+\cancel{6}^{3}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}(n-1)n+(n-1)$$

$$=3n^2-3n+n-1+3$$

$$=3n^2-2n+2$$

$\therefore\ a_n=3n^2-2n+2$

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}3k^2-2k+2$$

$$=3\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-2\cdot\frac{1}{2}n(n+1)+2n$$

$$=\frac{1}{2}n(n+1)(2n+1)-\frac{2}{2}n(n+1)+2n$$

$$=\frac{1}{2}n(n+1)\{(2n+1)-2\}+2n$$

$$=\frac{1}{2}n(n+1)(2n-1)+2n$$

計算して

$$S_n=n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{3}{2}n$$