



1, a, bがこの順で等差数列になり, 1, b², a²がこの順で等比数列になるとき, a, bの値を求めなさい。

1, a, bの等差数列なので

$$2a = b + 1$$

$$b = 2a - 1$$

よって

1, (2a-1)², a²の等差数列の場合に
なりことより

$$(2a-1)^4 = a^2$$

$$(2a-1)^4 - a^2 = 0$$

$$\{(2a-1)^2 + a\} \{(2a-1)^2 - a\} = 0$$

$$(4a^2 - 3a + 1)(4a^2 - 5a + 1) = 0$$

$$(4a^2 - 3a + 1)(a-1)(4a-1) = 0$$

$$\begin{aligned} \text{よって} \quad 4a^2 - 3a + 1 &= 4\left(a - \frac{3}{8}\right)^2 - \frac{9}{16} + 1 \\ &= 4\left(a - \frac{3}{8}\right)^2 + \frac{7}{16} > 0 \end{aligned}$$

よって

$$a = 1, \frac{1}{4}$$

よって

$$(a, b) = (1, 1), \left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}\right)$$

