

例 51

数列  $\{a_n\}$  の初項  $a_1$  から第  $n$  項  $a_n$  までの和  $S_n$  が  $S_n = n(2n+3)$  ( $n \geq 1$ ) で与えられるとき、数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。 [京都市大]

$S_n = n(2n+3)$  と利用して  
 $a_n = S_n - S_{n-1}$  と利用して  
 解くと

$$\begin{aligned} a_n &= n(2n+3) - (n-1)\{2(n-1)+3\} \\ &= 2n^2+3n - (n-1)(2n+1) \\ &= 2n^2+3n - 2n^2+n+1 \\ &= 4n+1 \end{aligned}$$

また  $a_1 = 5$  となるので  
 $n \geq 1$  において 成り立つ

$\therefore a_n = 4n+1$

$a_n = 4n+1$