能本入

(1) $a_1=1,\ a_2=3,\ a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=1$ …①

$b_n=a_n+c,\ b_{n+1}=a_{n+1}+c,\ b_{n+2}=a_{n+2}+c$ より

$a_{n+2}+c-5(a_{n+1}+c)+6(a_n+c)=0$

$a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=-2c$ …②

①②を比較すると $-2c=1$ $\underline{c=-\frac{1}{2}}$ $b_n=a_n-\frac{1}{2}$

(2)

$b_{n+2}-5b_{n+1}+6b_n=0$ より

$x^2-5x+6=0$
$(x-2)(x-3)=0$
← 答案には書かない

$b_{n+2}-2b_{n+1}=3(b_{n+1}-2b_n)$ …①

$b_{n+2}-3b_{n+1}=2(b_{n+1}-3b_n)$ …② と変形できる

①は

$b_{n+1}-2b_n$という数列は初項 $b_2-2b_1=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$, 公比3の等比数列

よって $b_{n+1}-2b_n=\frac{3}{2}\cdot 3^{n-1}=\frac{1}{2}\cdot 3^n$ …①

②は $b_{n+1}-3b_n$という数列は初項 $b_2-3b_1=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$, 公比2の等比数列

よって $b_{n+1}-3b_n=2^{n-1}$ …④

③－④より

$$
\begin{array}{rl}
 & b_{n+1}-2b_n=\frac{1}{2}\cdot 3^n \\
- & b_{n+1}-3b_n=2^{n-1} \\
\hline
 & b_n=\frac{1}{2}\cdot 3^n-2^{n-1}
\end{array}
$$

$a_n-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\cdot 3^n-\frac{1}{2}\cdot 2^n$

$\underline{a_n=\frac{1}{2}(3^n-2^n+1)}$