

関数  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = f(x)$  の増減を調べ、そのグラフをかけ。
- (2)  $n$  を自然数とする。区間  $\{x \mid n \leq x < n + 1\}$  において、曲線  $y = f(x)$  の上の点で、 $y$  座標が整数であるような点の個数を  $a_n$  とする。 $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。
- (3) 数列  $\{b_n\}$  を数列  $\{a_n\}$  の階差数列とする。すなわち、 $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) とする。このとき、 $\{b_n\}$  は等差数列であることを示し、その初項と公差を求めよ。

〔静岡大〕