

対数15

不等式 $\log_2 x + \log_2(x-2) < -2$ を満たす x の範囲は $\square < x < \square$ である。

[名城大]

与式は

$$\log_2 x(x-2) < \log_2 2^{-2} \quad \text{と変形}$$

よって $x(x-2) > 0$ であるから

$x > 2$, $x < 0$ であるが $x < 0$ は不適 ($x > 0$ より) ... ①

$$\text{よって } x(x-2) < \frac{1}{4} \text{ とし}$$

$$4x^2 - 8x - 1 < 0 \text{ を考えよ}$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 16}}{8} = \frac{8 \pm 4\sqrt{5}}{8}$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$$

よって

$$\frac{2 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{2 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{... ②}$$

①, ② より

$$2 < x < \frac{2 + \sqrt{5}}{2}$$