対数方程式15

次の方程式, 不等式を解け。

(1) $3\log_8(x-1) + \log_8(x+1) - 1 = -\log_8(x^2 + 2x + 1)$

(2) $(\log_2 x)^2 - \log_{0.25} x^4 - 8 < 0$

(3) $x = 3^{\log_9(2-x)}$

$x - 1 > 0$, $x + 1 > 0$ より $x > 1$

〔法政大〕

(1) $\log_8 (x-1)^3(x+1) - \log_8 8 = -\log_8 (x+1)^2$

$(x-1)^3(x+1)^3 = 8$

$\{(x-1)(x+1)\}^3 = 8 \qquad (x^2-1)^3 = 8$

$x^2 - 1 = 2 \qquad x^2 = 3 \qquad x = \pm\sqrt{3} \quad \because x > 1$ より $\underline{x = \sqrt{3}}$

(2) $(\log_2 x)^2 - \dfrac{\log_2 x^4}{\log_2 \frac{1}{4}} - 8 < 0$

$(\log_2 x)^2 - \left(\dfrac{4\log_2 x}{-2\log_2 2}\right) - 8 < 0$

$(\log_2 x)^2 + 2\log_2 x - 8 < 0$

$(\log_2 x + 4)(\log_2 x - 2) < 0$

$\rightarrow -4 < \log_2 x < 2$ より

$\underline{\dfrac{1}{16} < x < 4}$

(3) $\log_3 x \quad \log_3 3^{\log_9(2-x)}$

$\log_3 x = \log_9(2-x)$

$\log_3 x = \dfrac{\log_3(2-x)}{\log_3 9}$

$\log_3 x = \dfrac{\log_3(2-x)}{2}$

$2\log_3 x = \log_3(2-x)$

$x^2 = 2 - x$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

$\rightarrow x = -2, 1$ であるが

$0 < x < 2$ より

$\underline{x = 1}$