



子あは



$\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$ をみたす x は **ア** と **イ** の 2 個あり, t が 2 数の間を変化するとき, $y = (\log_2 t)^2 - (\log_2 t) + 1$ は $t =$ **ウ** のとき最小値 **エ** をとる。 [福岡大]

$$\log_2 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 x} = \frac{1}{\log_2 x} \quad \text{ア}$$

与式は

$$\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = \frac{10}{3}$$

$$(\log_2 x)^2 + 1 = \frac{10}{3} \log_2 x$$

$$3 \log_2 x - 10 \log_2 x + 3 = 0$$

$$\frac{1}{3} x^{-3} (\log_2 x - 3) (3 \log_2 x - 1) = 0$$

$$\log_2 x = 3 \text{ 或 } x = 8$$

$$\therefore \log_2 x - 3 = 0$$

$$\log_2 x = \log_2 2^3$$

$$\therefore x = 8$$

$$3 \log_2 x - 1 = 0$$

$$\log_2 x = \frac{1}{3}$$

$$\log_2 x = \log_2 2^{\frac{1}{3}}$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{2}$$

$$\text{アイ} \quad x = 8, \sqrt[3]{2} \quad (\text{ア, イ 順不同})$$

$$y = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 \quad \left(\because \frac{1}{3} < t < 3\right)$$

$$y = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

$$t = \frac{1}{2} \text{ のとき } y \text{ が最小}$$

$$\log_2 t = \frac{1}{2}$$

$$\log_2 t = \log_2 2^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore t = \sqrt{2} \text{ のとき } y \text{ が最小値 } \frac{3}{4} \text{ とつる}$$

